



MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

(El alumno/a debe responder solamente a los ejercicios de una de las opciones. Puntuación máxima de los ejercicios de cada opción: ejercicio 1 = 3 puntos, ejercicio 2 = 3 puntos, ejercicio 3 = 2 puntos, ejercicio 4 = 2 puntos)

OPCIÓN A

1) Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & x \\ x & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$

- Determina el valor de x para que se verifique $B^2 = A$.
- Calcula el valor de x para que $B + C = A^{-1}$, (A^{-1} es la matriz inversa de A).
- Calcula el valor de x para que se verifique $A - B + \frac{1}{2}C = 3I_2$, siendo I_2 la matriz identidad de orden 2.

2) La cantidad de madera (en metros cúbicos) que se extrae de una explotación forestal durante un periodo de cinco días viene dada por la función: $M(t) = t^3 - 9t^2 + 24t$, $0 \leq t \leq 5$, en donde t es el tiempo transcurrido en días.

- Estudia en qué periodos se ha registrado un aumento y en los que se ha registrado una disminución de la cantidad de madera extraída.
- ¿En qué día o días se ha extraído la máxima cantidad de madera?, ¿y la mínima? Calcular la cantidad máxima y mínima de metros cúbicos de madera extraída.
- Representa gráficamente la función $M(t)$, calculando, si los hay, los puntos de inflexión.

3) Un control de calidad es superado por cuatro de cada cinco artículos de pesca. Se someten a dicho control un total de 225 artículos,

- ¿cuántos artículos de pesca se espera que superen el control de calidad?
- ¿cuál es la probabilidad de que superen el control de calidad entre 170 y 187 (incluidos) artículos?

4) En el proceso industrial de envasado de un producto, el peso de los envases se aproxima a una Normal de media 500 gramos y desviación típica 4 gramos. Los directivos de la empresa sospechan que la maquinaria de envasado está averiada y decidirán cambiarla si el peso medio de los envases es superior a 500 gramos. Para eso, analizan una muestra aleatoria de 30 envases y obtienen un peso medio de 501,5 gramos.

- Plantea un test para contrastar la hipótesis de que no es necesario cambiar la maquinaria frente a que si lo es, tal como sospechan los directivos, ¿a qué conclusión se llega con un nivel de significación del 5%?
- Explica el tipo de error que cometerían si decidiesen erróneamente no cambiar la maquinaria.

OPCIÓN B

1) Sea la función $f(x, y) = -0,8x + 1,5y$ sujeta a las restricciones: $x + y \leq 10$; $x + 2y \geq 8$; $2 \leq y \leq x + 6$; $x \leq 6$.

- Representa la región R del plano determinado por el conjunto de restricciones y calcula sus vértices.
- Calcula los puntos de R donde la función alcanza sus valores máximo y mínimo.

2) El precio de venta (en euros) de un artículo deportivo desde el momento inicial de su comercialización se ajusta a la función

$$P(t) = \begin{cases} -\frac{1}{5}t^2 + 4t + 80, & 0 \leq t < 15 \\ 87 + \frac{32}{t-11}, & t \geq 15 \end{cases}, \text{ en donde } t \text{ es el tiempo transcurrido en meses.}$$

- ¿Cuál es el precio inicial del artículo? ¿Y después de transcurridos 15 meses?
- Estudia en qué meses se produce un aumento y en los que se produce una disminución del precio del artículo. ¿Cuál es el precio máximo que alcanza el artículo? ¿Y el precio mínimo?
- Después de transcurridos 15 meses, ¿habrá algún mes en que el precio sea inferior a 85 euros? Razona la respuesta.

3) Una fábrica produce CDs en dos turnos. El primer turno produce 2000 discos diarios y el segundo turno produce 3000. Por la experiencia pasada, se sabe que en el primer turno y en el segundo turno se producen 1% y 2% de discos defectuosos, respectivamente. Al final del día se seleccionó al azar un disco de la producción total.

- Determina la probabilidad de que el CD sea defectuoso.
- Si el CD no es defectuoso, calcula la probabilidad de que provenga del primer turno.

4) Un estudio sobre el hábito de fumar entre los habitantes adultos de una ciudad informa de que el intervalo de la proporción de fumadores se estima entre un 30% y un 40%.

- Determina la proporción muestral de fumadores observada, según dicho estudio.
- El estudio añade que los datos los obtienen de una encuesta aleatoria realizada a 364 habitantes adultos de la ciudad, ¿cuál es entonces el nivel de confianza de dicho intervalo de estimación de la proporción de fumadores?