1. a)Enunciado e interpretación geométrica del teorema del valor medio del cálculo integral .Enunciado de la regla de Barrow

   b)Dada la función G(x)=$\int_1^{x^2} \frac{lnt}{t} dt$ analiza si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

   i. $G'(e)$ =4e

   ii. $G(x)$ tiene un máximo relativo en el punto $(1,0)$

2. Calcula la integral$\int_{-1}^{0} \frac{f(x)}{x-2} dx$ siendo $f(x)$un polinomio de tercer grado con un punto de inflexión en $(1,0)$ de modo que $f'''(1) = 24$ y cuya tangente a f(x) en dicho punto sea horizontal.

3. Calcula:
   a. $\int \left(\frac{x+3}{x^3+6x} + e^x cosec^2(e^x\right) dx$

   b. $\int_0^{ln5} \frac{e^x\sqrt{e^x-1}}{e^x+3} dx$ $com\ el\ cambio\ e^x - 1 = t^2$

   c. $\int xcos^2 2xdx$

4. Representa gráficamente y calcula el area de la región del plano limitada por la parábola $x = 1 - y^2$ y la recta normal en el punto$(1,0)$

5. Se quiere dividir la región plana encerrada entre la parábola $y = x^2$ y la recta $y = 1$ en dos regiones de igual area mediante una recta horizontal de la forma $y = a$ .Halla el valor de a

6. *a)Enunciado e interpretación geométrica del teorema del valor medio del cálculo integral .Enunciado de la regla de Barrow*

   b)Dada la función G(x)=$\int_1^{x^2} \frac{lnt}{t}\,dt$ *analiza si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:*

   i. $G'(e) = 4e$

   ii. $G(x)$ *tiene un máximo relativo en el punto* $(1,0)$

I) **FALSA**

$$G(x)=\int_1^{x^2}\frac{\ln t}{t}dt = H(x)\Big]_1^{x^2} = H(x^2)-H(1)$$

$$G'(x)=\left(\frac{\ln x^2}{x^2}\right)\cdot 2x=\frac{2\ln x^2}{x}=\frac{\ln x^4}{x}$$

$$G'(e)=\frac{\ln e^4}{e}=\frac{4}{e}\neq 4e$$

$\ln 1 = 0$
$\ln e = 1$
$b\ln a = \ln a^b$

II) **FALSA**

$$G(x) \quad \max\ (1,0)$$

$$G'(x)=0 \quad \frac{\ln x^4}{x}=0\Rightarrow \ln x^4=0\Rightarrow \ln x=0\Rightarrow x=1\Rightarrow(1,0)$$

$$G''(x)=\frac{\frac{1}{x^4}\cdot 4x^3\cdot x-1\ln x^4}{x}=\frac{4-\ln x^4}{x^2}$$

$$G''(x)=\frac{4-0}{1}=4>0 \quad \text{Min.}$$

2. Calcula la integral $\int_{-1}^{0}\frac{f(x)}{x-2}dx$ *siendo* $f(x)$*un polinomio de tercer grado con un punto de inflexión en* $(1,0)$ *de modo que* $f'''(1)=24$ *y cuya tangente a f(x) en dicho punto sea horizontal.*

$\int_{-1}^{0}\frac{f(x)}{x-2}dx$ Siendo $f(x)$ de 3º grado con $PI(1,0)$

$f'''(1)=24$. La recta tg en $(1,0)=0\Rightarrow f'(1)=0$

$$f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$$

$$f'(x)=3ax^2+2bx+c=0$$

$$f'(1)=0$$

$$3a+2b+c=0$$

$$P.I(1,0)\begin{cases} f(1,0)\to a+b+c+d=0 \\ f''(x)=6ax+2b \\ f''(1)=0\to 6a+2b=0 \end{cases}$$

$$f'''(1)=24\to 6a=24$$

$\boxed{a=4}$ $\boxed{c=12}$

$\boxed{b=-12}$ $\boxed{d=-4}$

$$f(x)=4x^3-12x^2+12x-4$$

$$\Big|_{1}^{0}\frac{4x^3-12x^2+12x-4}{x-2}dx=\int_{1}^{0}\left(4x^2-4x+4+\frac{4}{x-2}\right)dx=$$

$$\left[\frac{4x^3}{3}-2x^2+4x+4\ln|x-2|\right]_{-1}^{0}=\left(0-0+0+4\ln|0-2|\right)-\left(-\frac{4}{3}-\frac{4}{2}-4+4\ln|-3|\right)$$

$$\left(\boxed{\frac{22}{3}+4\ln 2-4\ln 3}\right)=\frac{22}{3}+4ln\frac{2}{3}$$

$$\boxed{lna-lnb=ln\frac{a}{b}}$$

3. Calcula:

a. $\int \left(\frac{x+3}{x^3+6x} + e^x cosec^2(e^x)\right) dx$

b. $\int_0^{ln5} \frac{e^x\sqrt{e^x-1}}{e^x+3} dx$ com el cambio $e^x - 1 = t^2$

c. $\int x cos^2 2x dx$

a)

$$\int\left(\frac{x+3}{x^3+6x}+e^x cosec^2\left(e^x\right)\right)dx=\frac{1}{2}\int\frac{2(\mathbf{x}+3)}{\mathbf{x}^2+6\mathbf{x}}\mathbf{dx}+-\int\frac{-\mathbf{e^x}}{\mathbf{sen}^2\left(\mathbf{e^x}\right)}\mathbf{dx}=$$

$$\frac{1}{2}\ln\left|\mathbf{x}^2+6\mathbf{x}\right|-\mathbf{cotg\ e^x}+\mathbf{k}$$

b)

$$\int_0^{\ln 5}\frac{e^x\sqrt{e^x-1}}{e^x+3} \qquad \mathbf{e^x}-1=\mathbf{t}^2 \qquad \mathbf{e^x}=\mathbf{t}^2+1 \qquad \mathbf{e^x dx}=2\mathbf{tdt}$$

$$\begin{array}{r|l} \cancel{2t^2} & t^2+4 \\ -\cancel{2t^2}-8 & 2 \end{array} \qquad \frac{2\mathbf{t}^2}{\mathbf{t}^2+4}=2+\frac{-8}{\mathbf{t}^2+4}$$

$$\int\frac{e^x\sqrt{e^x-1}}{e^x+3}\mathbf{dx}=\int\frac{2\mathbf{t}\sqrt{\mathbf{t}^2}}{\mathbf{t}^2+1+3}\mathbf{dt}=\int\frac{2\mathbf{t}^2}{\mathbf{t}^2+4}\mathbf{dt}=\int\left(2-\frac{8}{\mathbf{t}^2+4}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\boxed{\int\frac{1}{t^2+4}dt=\int\frac{\frac{1}{4}}{\frac{4}{4}+\frac{t^2}{4}}dt=\frac{1}{4}\int\frac{1}{1+\left(\frac{t}{2}\right)^2}dt}$$

$$=2\mathbf{t}-\cancel{8}\frac{1}{\cancel{4}}\mathbf{arctg}\frac{\mathbf{t}}{2}+\mathbf{K} \qquad \mathbf{t}=\sqrt{\mathbf{e^x}-1}$$

$$=2\sqrt{\mathbf{e^x}-1}-2\mathbf{arctg}\frac{\sqrt{\mathbf{e^x}-1}}{2}+\mathbf{K}\Big]_0^{\ln 5}\Rightarrow\left(2\sqrt{\mathbf{e}^{\ln 5}-1}-2\mathbf{arctg}\frac{\sqrt{\mathbf{e}^{\ln 5}-1}}{2}\right)-(0)$$

$$=2\cdot 2-2\underbrace{\mathbf{arctg}1}_{\mathbf{arctg}1\Rightarrow\frac{\pi}{4}}=4-2\cdot\frac{\pi}{4\cdot 2}=\frac{8-\pi}{2}$$

c)

$$\int \mathbf{x}\cdot\cos^2 2\mathbf{x}\cdot d\mathbf{x} = \underset{u}{\mathbf{x}}\underbrace{\frac{1}{2}\left(\mathbf{x}+\frac{\operatorname{sen}^4\mathbf{x}}{4}\right)}_{v} - \int \underbrace{\frac{1}{2}\left(\mathbf{x}+\frac{\operatorname{sen}^4\mathbf{x}}{4}\right)}_{v}\underset{du}{d\mathbf{x}} =$$

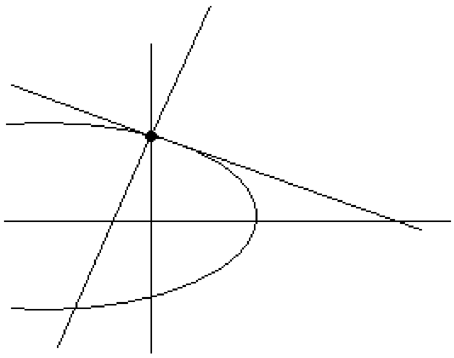
$$\boxed{\begin{array}{ll} u = x & du = dx \\ dv = \cos^2 2x & v = \int \frac{1+\cos 4x}{2}dx = \frac{1}{2}\left(x+\frac{\operatorname{sen}4x}{4}\right) \end{array}}$$

$$= \frac{1}{2}\left(\mathbf{x}^2+\frac{\mathbf{x}\operatorname{sen}4\mathbf{x}}{4}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{\mathbf{x}^2}{2}-\frac{1}{4}\frac{\cos 4\mathbf{x}}{4}\right)+K$$

5

4. Representa gráficamente y calcula el area de la región del plano limitada por la parábola $x = 1 - y^2$ y la recta normal en el punto$(1,0)$

$$\left.\begin{array}{l} x = 1 - y^2 \\ (0,1) \end{array}\right\}$$ Área entre esta y su recta normal en $(0,1)$



$y^2 = 1 - x \qquad Y = \pm\sqrt{1-x} \qquad m = y' = \dfrac{-1}{2\sqrt{1-x}}$

$$m = y'(0) = \frac{-1}{2}$$

$$\textbf{pendiente recta normal} = \frac{-1}{m} = \frac{-1}{\frac{-1}{2}} = 2$$

$$y - y_0 = m(x - x_0) \quad y - 1 = m(x - 0) \quad \boxed{y = 2x + 1}$$

$2x + 1 = \sqrt{1-x}$

$(2x+1)^2 = \left(\sqrt{1-x}\right)^2$ puntos corte son $(0,1) y \left(\frac{-5}{4}, \frac{-3}{2}\right)$

$4x^2 + 4x + \cancel{1} = \cancel{1} - x$

$4x^2 + 5x = 0$

$x = 0$

$x = \dfrac{-5}{4}$

$$A = \int_{\frac{-5}{4}}^{0} \left(2x + 1 - \left(-\sqrt{1-x}\right)\right) dx + \int_0^1 \left(\sqrt{1-x} - \left(-\sqrt{1-x}\right)\right) dx = \frac{125}{48}$$

O integrando respecto al eje y:

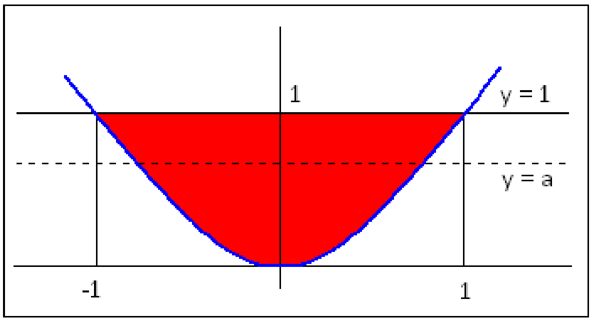
$y = 2x + 1 \quad \rightarrow x = \dfrac{y-1}{2}$

$y^2 = 1 - x \qquad \rightarrow x = 1 - y^2$

$$A = \int_{\frac{-3}{2}}^{1} \left(1 - y^2\right) - \left(\frac{y-1}{2}\right) dy = \frac{125}{48}$$

5. Se quiere dividir la región plana encerrada entre la parábola $y = x^2$ y la recta $y = 1$ en dos regiones de igual area mediante una recta horizontal de la forma $y = a$ .Halla el valor de a

Calculamos su área:



$$A_1 = 2\int_0^1 (1 - x^2)\,dx = 2\left[x - \frac{x^3}{3}\right]_0^1 = \frac{4}{3}u^2$$

Dividimos el recinto por $y = a$.

Las intersecciones de $y = x^2$ con $y = a$ son $(\sqrt{a}, a)$ y $(-\sqrt{a}, a)$.

El área determinada por $y = a$ con $y = x^2$ es:

$$A_2 = 2\int_0^{\sqrt{a}} (a - x^2)\,dx = 2\left[ax - \frac{x^3}{3}\right]_0^{\sqrt{a}} = \frac{4}{3}a^{3/2}u^2$$

Queremos que $A_2 = \dfrac{A_1}{2} = \dfrac{2}{3}u^2$; es decir:

$$\frac{4}{3}a^{3/2} = \frac{2}{3} \rightarrow a = \frac{1}{\sqrt[3]{4}} \approx 0{,}63$$