

1. Calcular o dominio de $h(x, y) = \sqrt{\ln(y^2 - x^2)}$.

2. O conxunto $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 > y^2\}$ é un conxunto:

Pechado

Aberto

Nin aberto
nin pechado

Aberto e
pechado

3. Calcular os puntos críticos de $f(x, y) = -ye^{-\frac{x^2+y^2}{2}}$.

4. Calcula os extremos absolutos da función $f(x, y) = -x^2y$ no conxunto

$$C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 + 2y^2 = 6\}$$
 e o valor da función neles.

5. Describe e fai un esbozo das seguintes cuádricas:

$$x^2 - 2x + y^2 - z^2 - 4z - 3 = 0$$

$$x^2 - 2x + y^2 + z^2 + 4z + 5 = 0$$

6. Calcula a área do recinto limitado por $y = -x$, $y = -x - 1$, $x = 0$ e $x = 2$.

7. Cambia a orde de integración de $\int_0^4 \int_{\frac{y}{2}}^2 f(x, y) dy dx$.

8. Escribe en coordenadas polares e resolve a seguinte integral, onde a é un número real estrictamente positivo:

$$\int_0^a \int_{-\sqrt{a^2-y^2}}^{\sqrt{a^2-y^2}} \sqrt{a^2 - x^2 - y^2} dx dy$$

9. Escribe en coordenadas cartesianas unha integral que mida o volumen da rexión

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / (x-1)^2 + y^2 \leq (z+2)^2, (x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 \leq 8, z \leq -2\}$$

10. Escribe unha integral cuio resultado sexa o volumen do poliedro con vértices nos puntos $(0,0,0)$, $(3,2,0)$, $(0,3,0)$ e $(0,0,3)$. Escribe tamén o resultado.

11. Escribe en coordenadas cilíndricas unha integral que mida o volumen da rexión

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x^2 + y^2 \leq z^2, x^2 + y^2 + z^2 \leq 8, z \leq 0\}.$$

12. Escribe a integral anterior en coordenadas esféricas.

13. Sexa f un campo escalar e F un campo vectorial. Utiliza CE (campo escalar), CV (campo vectorial) e NE (non existe):

a) $\text{Div } f$

d) $\nabla \cdot \nabla f$

b) ∇f

e) $\nabla \times \nabla f$

c) $\text{Rot } F$

f) $\text{Div } F$

14. Unha partícula de masa m móvese seguindo a traxectoria $\sigma : [0, 3\pi] \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ definida por $\sigma(t) = (\sin t, \cos t, 4t)$. Calcula a velocidade no intre $t = 2\pi$ e a rapidez coa que se move.

15. Indica unha integral que mida a área da superficie:

$$S = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / (x-1)^2 + y^2 = (z+2)^2, 2 \leq z \leq 3 \right\}$$

e calcula o seu valor.

16. Indica unha integral que mida a lonxitude do camiño máis longo dende $(\sqrt{3} + 1, 3)$ a $(2, \sqrt{3} + 2)$ pola curva $x^2 - 2x + y^2 - 4y + 1 = 0$ e calcula o seu valor.

17. Un arame ten forma de $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \setminus x^2 + y^2 = 4, y \geq 0\}$. Calcula a masa m do arame si a densidade linear en cada punto (x, y) do arame é o triple da distancia do punto ó eixo de abcisas.

18. Calcula o traballo T realizado polo campo de forzas $\vec{F}(x, y, z) = (y, -x, 0)$ sobre unha partícula que percorre a curva intersección das superficies $x^2 + y^2 = 1$ e $x + y + z = 1$ no sentido horario.

19. Sexa S a porción do plano $x + y + z = 3$ limitada por o triángulo de vértices $(3, 0, 0)$, $(0, 3, 0)$ e $(0, 0, 3)$ e sexa $\vec{F}(x, y, z) = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$. Calcula $\iint_S \vec{F} dS$, supoñendo que S está orientada cunha normal que ten a terceira componente negativa.