

## MATEMÁTICAS II

(El alumno/a debe responder solamente a los ejercicios de una de las opciones. Puntuación máxima de los ejercicios de cada opción: ejercicio 1= 3 puntos, ejercicio 2= 3 puntos, ejercicio 3= 2puntos, ejercicio 4= 2puntos)

### OPCIÓN A

- Sea  $M$  una matriz cuadrada de orden 2 tal que  $M^2 = 4M$ . Determina la matriz  $X$  que verifica la ecuación matricial  $(M - 2I)^2 X = I$ , siendo  $I$  la matriz identidad de orden 2.
  - Determina todas las matrices  $B$  de la forma  $\begin{pmatrix} x & y \\ y & x \end{pmatrix}$  que verifiquen  $B^2 = 4B$ . Si alguna es inversible, calcula su inversa.
  - ¿Cuando un sistema de ecuaciones lineales se dice homogéneo? ¿Puede ser incompatible un sistema de ecuaciones lineales homogéneo? Justifica la respuesta.
- Dadas las rectas  $r: \begin{cases} x - 2y + z + 1 = 0 \\ 2y - z - 2 = 0 \end{cases}$        $s: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + 2t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$

  - Estudia la posición relativa de  $r$  e  $s$ . Si se cortan, calcula el punto de corte. Si determinan un plano, calcula la ecuación general o implícita de ese plano.
  - Estudia la posición relativa de  $r$  y el plano  $\pi: 4x - 4y + 2z + 7 = 0$ . Calcula la distancia de  $r$  a  $\pi$ .
- Calcula:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{2x} + 1}{xe^x}$
  - Si  $f(x)$  es una función continua en el intervalo  $[1,4]$  tal que  $\int_1^2 f(x)dx = 2$  e  $\int_1^4 f(x)dx = -4$ , ¿cuál es el valor de  $\int_2^4 5f(x)dx$ ? Enuncia las propiedades de la integral definida que utilices.
- Dibuja y calcula el área de la región limitada por la gráfica de la parábola  $f(x) = -x^2 + 9x$ , y las rectas  $y = 20$ ;  $x - y + 15 = 0$ . (Nota: para el dibujo de la gráfica de la parábola, indicar los puntos de corte con los ejes, el vértice de la parábola y la concavidad o convexidad).

### OPCIÓN B

- Dada la matriz  $A = \begin{pmatrix} m & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & m \end{pmatrix}$

  - Calcula, según los valores de  $m$ , el rango de  $A$ .
  - ¿Coincide  $A$  con su inversa para algún valor de  $m$ ? Para  $m = 0$ , calcula  $A^{60}$
  - Si  $m = 2$  y  $A$  es la matriz de coeficientes de un sistema de tres ecuaciones lineales con tres incógnitas, ¿podemos afirmar que el sistema tiene solución única? Justifica la respuesta
- Dado el plano  $\alpha: \begin{cases} x = 3 + 3\lambda + \mu \\ y = -3\lambda + \mu \\ z = 3 + \lambda - \mu \end{cases}$  calcula las ecuaciones en forma continua de la recta  $r$  que pasa por el punto  $P(2, -3, -4)$  y es perpendicular a  $\alpha$ . Calcula el punto de corte de  $r$  con  $\alpha$ .
  - Calcula la ecuación implícita o general del plano que pasa por los puntos  $P(2, -3, -3)$  y  $Q(3, -2, -4)$  y es perpendicular al plano  $\alpha$ .
  - Calcula las ecuaciones paramétricas de la recta intersección del plano  $\beta: 5x - 4y + z - 19 = 0$  con el plano  $\alpha$ .
- Calcula el dominio, las asíntotas, los intervalos de crecimiento e decrecimiento y los máximos y mínimos de  $f(x) = \frac{2x+1}{e^{x^2}}$
- Define primitiva de una función y enuncia la regla de Barrow.
  - Calcula  $\int_2^3 \frac{x^3+2}{x^2-1} dx$