

## **Tema 65. Sistemas de control: elementos componentes, variables, función de transferencia y diagrama funcional.**

### **65.1. Conceptos básicos**

En la actualidad, las empresas se ven en la necesidad de adaptarse con rapidez a las exigencias del mercado intentando adelantarse a sus competidores en un entorno en continuo cambio. La automatización de máquinas y procesos ha permitido mejorar la productividad y la calidad de los productos, y disminuir los costes.

La automatización es la sustitución de la acción humana por mecanismos, independientes o no entre sí, movidos por una fuente de energía exterior, capaces de realizar ciclos completos de operaciones que se pueden repetir indefinidamente.

Un sistema automático supone siempre la presencia de una fuentes de energía, de unos órganos de mando, que son los que ordenan el ciclo a realizar, y de unos órganos de trabajo, que son los que los ejecutan.

Podemos definir un **sistema** como un conjunto de componentes físicos, unidos o relacionados de tal manera que forman y/o actúan como una unidad completa.

Se entiende por proceso físico o, simplemente, **proceso** un conjunto de transformaciones físicas y/o de transmisiones de materia y/o de energía.

Algunos ejemplos de procesos industriales son la laminación de metales, la producción de vapor, la refinación del petróleo, etc. En general, todos los procesos complejos están constituidos por procesos elementales en los que aquellos se pueden descomponer.

Por **control** se entiende el conjunto de acciones emprendidas para dar a un proceso la evolución deseada. La palabra **controlar** es sinónimo de, gobernar, mandar, dirigir o regular.

Combinando las definiciones anteriores, establecemos:

Un **sistema de control** es un ordenamiento de componentes físicos unidos o relacionados de tal manera que mandan, dirigen o regulan al mismo sistema o a otro.

Un **control automático** es el conjunto de acciones de control efectuadas sin la intervención de un operario humano.

Estas acciones serán realizadas por los dispositivos que forman el **sistema de control**. Un sistema de control puede ser parte de otro mayor, en cuyo caso se llama **subsistema o subsistema de control**.

En un **control manual**, por ejemplo, el encendido de las lámparas del aula, el mando del operario humano varía continuamente dependiendo del resultado observado de la comparación entre la información correspondiente al valor de la magnitud controlada y la del valor establecido para dicha magnitud.

En la regulación automática el sistema está en condiciones de gobernar por sí solo las variables de la acción de control, con el fin de anular la diferencia entre el valor adquirido por la magnitud controlada y el preestablecido para ella. Por ejemplo, el encendido automático mediante un interruptor crepuscular de las lámparas del patio.

## 65.2. Tipos de sistemas de control

Varios son los criterios que pueden seguirse para clasificar los sistemas de control: en función de que el estado de la salida intervenga o no en la acción de control (lazo abierto o lazo cerrado); según las tecnologías puestas en juego (mecánicos, neumáticos, hidráulicos, eléctricos y electrónicos); atendiendo a las técnicas de procesamiento de la señal (analógicos y digitales); según la forma de establecer la relación entre los elementos del sistema (cableados y programados), etc.

### 65.2.1. Sistemas de control en lazo abierto y en lazo cerrado

Atendiendo a la dependencia del control respecto a la variable de salida, los sistemas de control se clasifican en dos categorías:

- **Sistemas en lazo abierto:** Son aquellos en los que la acción de control es independiente de la salida, es decir, la señal de salida no tiene influencia sobre la señal de entrada. Su esquema se ilustra en la figura 65.1. Un ejemplo de este tipo es el sistema de encendido del timbre de entrada/salida a clase, controlado por un reloj.

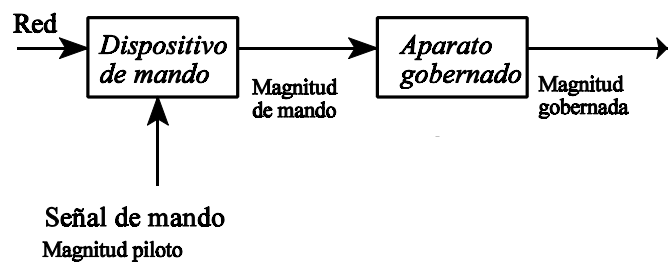


Figura 65.1. Control de lazo abierto.

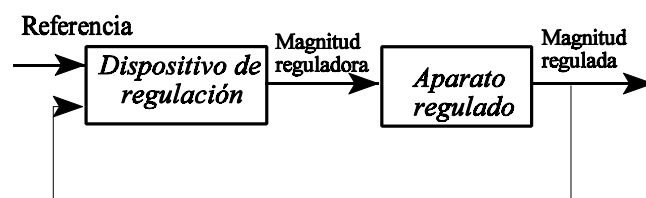


Figura 65.2. Control de lazo cerrado.

- **Sistemas en lazo cerrado:** Son aquellos en los que la acción de control depende, de alguna manera, de la salida (existe una realimentación de la señal de salida, tal como se representa en la figura 65.2). Por ejemplo, el ya comentado sistema de encendido de las lámparas del patio al atardecer, controlado por un interruptor crepuscular.

En el primer caso se tienen los circuitos de mando y en el segundo los circuitos de regulación.

De modo que, la **operación de mando** está caracterizada por una intervención exterior (variables de entrada externas) al proceso controlado, la cual determina un

cambio o una modificación en el mismo (variables de salida).

Al ser un circuito de lazo abierto, las variaciones de la magnitud de salida no pueden influir sobre el dispositivo de mando.

Su capacidad de desempeño con exactitud está determinada por su calibración.

**Calibrar** significa establecer o restablecer la relación entrada-salida para obtener una exactitud deseada del sistema. En el ejemplo propuesto, la exactitud dependería del reloj que gobierna el timbre.

La **operación de regulación** consiste en comparar de modo permanente la magnitud de salida o magnitud gobernada en el proceso con el valor ajustado. En caso de que los dos valores coincidan, no se actúa sobre la magnitud de salida; en caso de que difieran, la diferencia se aplica al dispositivo de regulación que corrige los valores de la magnitud regulada tratando de que dicha diferencia sea nula.

La regulación conlleva un circuito de lazo cerrado, es decir, un mecanismo de realimentación de la variable de salida hacia la entrada. Los sistemas de control en lazo cerrado, más comúnmente se llaman sistemas de control **retroalimentados**.

Para clasificar un sistema de control en lazo abierto o en lazo cerrado, debemos distinguir claramente entre los componentes del sistema y los componentes que interactúan con él, pero que no son parte del sistema en sí, como muestran los siguientes ejemplos:

1. La mayor parte de las **tostadoras automáticas** son sistemas en lazo abierto porque están controladas por un temporizador. El tiempo que se requiere para hacer una "buena tostada" debe ser calculado por el usuario, quien no es parte del sistema. El control sobre la calidad del tostado (la salida) se ajusta una vez que el tiempo, que es la entrada y la acción de control, se ha determinado. Normalmente, el tiempo se ajusta mediante un disco o un interruptor calibrado.

2. Un mecanismo de **piloto automático** y el avión que este controla son un sistema de control en lazo cerrado (retroalimentado). Su propósito es mantener una dirección específica del avión, a pesar de los cambios atmosféricos. El sistema realiza esta tarea midiendo continuamente la dirección real del avión y ajustando de manera automática los mecanismos de control del avión (timón, alerones, etc.) de tal modo que logra una correspondencia entre la dirección real del avión y la dirección especificada. El piloto humano o el operador que programa el piloto automático no son parte del sistema de control.

La presencia de retroalimentación, típicamente, proporciona las siguientes propiedades al sistema.

1. Exactitud aumentada. Por ejemplo, la habilidad de reproducir fielmente la entrada.
2. Tendencia hacia la oscilación o la inestabilidad.
3. Sensitividad reducida de la razón salida a entrada (ganancia) frente a las variaciones en los parámetros del sistema y en otras características.
4. Efectos reducidos de las no linealidades.
5. Efectos reducidos de las distorsiones externas o ruido.
6. Aumento del ancho de banda. El **ancho de banda** de un sistema es una medida de lo bien que responde el sistema a las variaciones en frecuencia (rapidez) de la entrada.

### 65.2.2. Sistemas de control analógicos y digitales

Las señales en un sistema de control, por ejemplo, las formas de onda de entrada y salida, son funciones de alguna variable independiente, usualmente el tiempo, denotada por  $t$ .

Una señal **analógica** es una señal dependiente de un *continuum* de valores de la variable independiente  $t$ . Cuando cambia de valor, necesariamente ha de tomar todos los valores intermedios entre los dos límites.

Por ejemplo, la tensión que varía sinusoidalmente  $v(t)$  o la corriente alterna  $i(t)$ , disponibles en una toma de corriente eléctrica común son señales analógicas porque están definidas en cada uno y en todos los instantes de tiempo  $t$  que la energía eléctrica está disponible en esa toma.

Una señal **digital** es una señal definida o de interés, solamente, en los instantes discretos (diferentes) de la variable independiente  $t$  (de la cual depende).

Por ejemplo, la temperatura media  $T$  en una habitación, precisamente a las 8 a.m. de cada día, es una señal discreta en el tiempo. Esta señal se puede indicar de varias maneras, dependiendo de la aplicación; por ejemplo,  $T(8)$  para la temperatura a las 8 en punto -y no a otra hora-;  $T(1)$ ,  $T(2)$ , ... para la temperatura a las 8 en punto de la mañana del día 1, el día 2, etc., o de modo equivalente, utilizando una notación con subíndices,  $T_1$ ,  $T_2$ , etc. Nótese que estas señales discretas en el tiempo son valores muestreados de una señal continua en el tiempo, la temperatura media del cuarto en todas las horas, indicada por  $T(t)$ .

Así, los sistemas de control se pueden clasificar según los tipos de señales que procesan: continuos en el tiempo (analógicos), discretos en el tiempo (digitales), o la combinación de ambos (híbridos).

### 65.2.3. Sistemas cableados y sistemas programados

Las tecnologías empleadas en la automatización pueden clasificarse en dos grandes grupos: tecnologías cableadas y tecnologías programadas o programables. Los automatismos cableados se realizan a base de uniones físicas de los elementos que constituyen la unidad de control. La forma en que se establecen dichas uniones se determina por la experiencia o por un planteamiento teórico, por ejemplo, en un automatismo electrónico, empleando las ecuaciones lógicas o de Boole. Los circuitos de los esquemas serán aplicables a dispositivos neumáticos, hidráulicos, eléctricos o electrónicos.

La **tecnología cableada** ha sido y es extensamente empleada en la industria, pero presenta ciertos **inconvenientes**:

- En general ocupa mucho espacio.
- Poca flexibilidad ante modificaciones o ampliaciones.
- Es difícil la identificación y resolución de averías.
- No están adaptados a funciones de control complejas.

La disponibilidad de **equipos programables** (microprocesadores) cuya capacidad de tratamiento de la información estaba probada en aplicaciones de cálculo y gestión inició la aplicación de la tecnología programable en el medio industrial.

Un **microprocesador** es un dispositivo con capacidad para leer una secuencia de instrucciones (programa almacenado) en código binario y ejecutar distintas acciones dependiendo del tipo de instrucción.

Todos los equipos microprogramables, además del microprocesador, disponen de una **memoria** donde almacenar el programa que ejecutan y los datos con los que opera el programa, y de unas **unidades de entrada/salida** mediante las cuales el microprocesador se comunica con el entorno exterior.

Por ejemplo, en un ordenador que es el equipo más familiar, como unidades de almacenamiento se utilizan, sobre todo, la memoria RAM y los discos y las unidades de entrada/salida más comunes son los puertos serie y paralelo (puerto de impresora), el controlador del teclado, el del ratón (a veces el puerto serie) y la tarjeta de vídeo.

El **ordenador** es un equipo de propósito general (tratamiento de textos, diseño gráfico, base de datos, cálculo científico, etc) y puede también utilizarse para tareas de control. Sin embargo no es adecuado para esta aplicación, principalmente por dos razones: estaría muy desaprovechada su capacidad (para control industrial se precisa menos de 1 p.p.m. (parte por millón) de su capacidad de almacenamiento) y es poco fiable (se queda “colgado” con demasiada frecuencia).

De manera que el ordenador puede servir para realizar una experiencia de control en el aula, pero no para introducirlo en un ambiente industrial.

El **autómata programable** fue el primer equipo diseñado específicamente para tareas de control industrial, para sustituir a los esquemas cableados realizados hasta entonces con relés.

Sus principales ventajas son un lenguaje de programación de fácil aprendizaje para los diseñadores de los esquemas con relés y su fiabilidad, ya que funciona en las condiciones más adversas o en los ambientes más hostiles.

Sus inconvenientes son que cada fabricante tiene un lenguaje de programación propio lo que origina un mercado cautivo (por el contrario los ordenadores son sistemas abiertos y flexibles), y el precio.

Una solución alternativa a los autómatas, más sencilla y económica es el **microcontrolador** que es un circuito integrado en el que se integran los bloques señalados anteriormente: microprocesador, memoria y unidades de E/S.

Sin embargo, no proporciona la fiabilidad y la seguridad de funcionamiento en condiciones extremas o en ambientes industriales de los autómatas programables ni la potencia de cálculo y proceso del ordenador.

#### **65.2.4. Tecnologías de los sistemas de control**

Según la naturaleza del automatismo empleado puede hablarse de

automatización **mecánica, neumática, hidráulica, eléctrica y electrónica**. Además existen técnicas mixtas que son combinaciones de las citadas y que, en la práctica, son las más habituales.

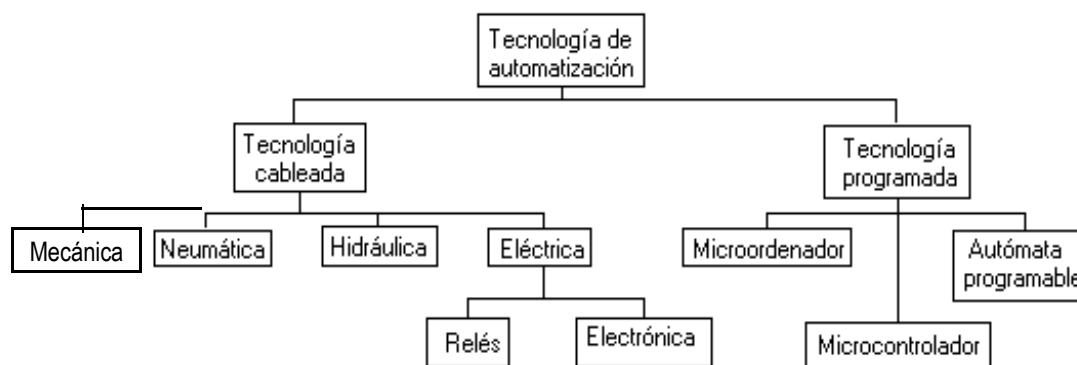


Figura 65.3. Tecnologías de automatización.

#### 65.2.4.1. Automatización mecánica

Los sistemas mecánicos suelen ser complicados -por la abundancia de mecanismos- y de escasa flexibilidad. Por el contrario, la tecnología que regula su funcionamiento es relativamente accesible al personal poco cualificado, lo que se traduce en un montaje y mantenimiento económicos.

Los mecanismos que los componen son: ruedas dentadas y poleas para transmisiones del movimiento; de biela-manivela, piñón-cremallera, etc., para la conversión del movimiento rectilíneo en circular y viceversa; levas y palancas para la obtención de recorridos controlados, etc.

Los grandes problemas de la automatización mecánica son la longitud, en muchas ocasiones, de las cadenas cinemáticas y, por supuesto, la sincronización de movimientos en los órganos móviles.

Existe una gran variedad de automatismos mecánicos en la industria: desde las máquinas herramientas (tornos, fresadoras, limadoras), hasta los relojes mecánicos, pasando por los telares, motores de combustión interna y toda la maquinaria que formó parte de la revolución industrial.

#### 65.2.4.2. Automatización neumática

La técnica neumática admite infinidad de aplicaciones en el campo de la máquina herramienta, especialmente en los trabajos de fijación de piezas, bloqueo de órganos, alimentación de máquinas y movimiento lineal de órganos que no requieran velocidades de actuación rigurosamente constantes. Prácticamente la totalidad de las automatizaciones industriales tienen, como elementos de mando, instalaciones neumáticas.

Como principales **ventajas** del mando neumático cabe destacar:

- La sencillez de los propios sistemas de mando: cilindros, válvulas, etc.
- La rapidez de movimiento (respuesta) del sistema neumático.
- La economía de los sistemas neumáticos una vez instalados.

Como **inconvenientes**:

- La instalación requiere un desembolso económico añadido a la propia automatización.
- El mantenimiento del estado del aire, ya que debe mantenerse perfectamente limpio y seco.

#### **65.2.4.3. Automatización hidráulica**

Prácticamente lo dicho para la automatización neumática vale para la hidráulica, aunque con algunas diferencias; por ejemplo, el mando hidráulico es más lento que el neumático, sin embargo, es capaz de desarrollar más trabajo. La hidráulica se prefiere en sistemas que deban desarrollar más trabajo y no sea primordial la velocidad de respuestas. Este tipo de mando lo encontraremos en prensas, diversas máquinas herramientas, y por supuesto, en el automóvil: frenos, dirección e, incluso, suspensión.

#### **65.2.4.4. Automatización eléctrica**

Conviene tener en cuenta, que cualquier máquina, por sencilla que sea, va a tener algún tipo de automatismo eléctrico, encargado de gobernar los motores o como función de mando dentro de la propia máquina.

La técnica eléctrica se utiliza para control de movimiento (lineal o angular), en los casos en que se precisan velocidades constantes o desplazamientos precisos. Su gran ventaja es la disponibilidad de una fuente de energía eléctrica en prácticamente cualquier lugar.

#### **65.2.4.5. Automatización electrónica**

Por supuesto, la llegada de la electrónica a la industria ha supuesto una verdadera revolución y ha permitido que la automatización industrial dé un paso de gigante. La base de este avance en la automatización ha sido el microprocesador, que es el principal componente del ordenador e, industrialmente, en el autómatas programable y del microcontrolador.

Los dispositivos electrónicos forman parte de la mayoría de los sistemas de control, bien en sistemas de control totalmente electrónicos (en aplicaciones de potencia baja), o bien, formando parte de sistemas en los que se combinan diferentes tecnologías.

Mientras las anteriores tecnologías de automatización se han desarrollado en el campo industrial, la electrónica ha posibilitado la difusión a gran escala de la automatización en el mercado de equipos de consumo (vehículos, equipos de oficina, etc. ) y domésticos (lavadora, horno, calefacción, etc.).

### 65.3. Elementos componentes de un sistema de control

La figura 65.4 representa uno de los posibles esquemas de bloques de un sistema de control genérico y simple, en lazo cerrado (retroalimentado), con una sola entrada y una sola salida, para un sistema con señales continuas.

Las flechas de un lazo cerrado, que conectan un bloque con otro, representan la dirección del flujo de la energía de control o información, que a menudo no es la fuente principal de energía para el sistema.

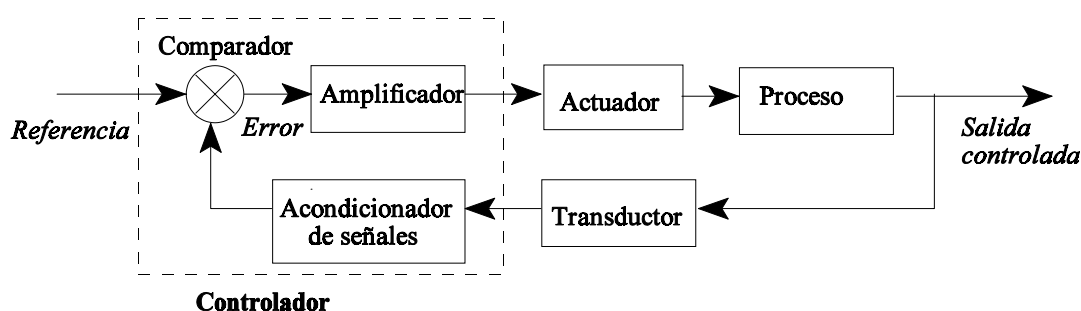


Figura 65.4. Esquema de bloques de un sistema de control.

Los **elementos** del sistema de control más importantes son los siguientes:

- **Proceso:** Conjunto de operaciones que se van a suceder y que van a tener un fin determinado.

El procesamiento se realiza sobre una **planta** o una **máquina**, que son el conjunto de componentes y piezas que van a tener un determinado objetivo.

- **Actuador:** Como el nombre indica es el componente encargado de actuar sobre el proceso o máquina en función de la señal recibida del amplificador. El actuador modifica la variable de entrada del proceso controlado, por ejemplo, una corriente eléctrica que circula por la resistencia del radiador, en un sistema de control de temperatura; una corriente de fluido por una tubería, en un sistema de control de caudal; etc.

- **Amplificador:** Elemento que aumenta la amplitud o intensidad de un fenómeno. Tiene por finalidad amplificar la señal de error con objeto de que alcance un nivel suficiente para excitar el actuador.

- **Comparador:** Elemento que compara la señal controlada con la señal de referencia para proporcionar la señal de error. El resultado de la comparación representa la desviación de la salida con respecto al valor previsto. Se le conoce también como detector de error.

- **Generador del valor de referencia o consigna:** Componente capaz de



generar una señal análoga a la señal de salida que se quiere gobernar; esta señal de referencia es la encargada de imponer el valor deseado en la salida.

- **Transductor**: Dispositivo que transforma un tipo de energía en otro más apto para su utilización. Si la energía transformada es en forma eléctrica se llama **sensor**. Por ser el instrumento encargado de detectar la señal de salida para utilizarla de nuevo en el proceso de realimentación se le llama en los sistemas de control **captador**.

- **Acondicionador de señales**: Bloque que adapta la señal transformada por el transductor a los niveles adecuados del comparador.

- **Controlador**: Elemento de los sistemas digitales que incluye las funciones del comparador, el amplificador y el acondicionador de señales.

#### 65.4. Variables de un sistema de control

En el análisis de los sistemas de control, cada uno de sus componentes analizados en el apartado anterior, constituyen sistemas físicos individuales caracterizados por tener una entrada y una salida variables con el tiempo. Para determinar la relación entre entrada y salida de cada subsistema es necesario aplicar las leyes físicas que rigen su funcionamiento.

Las **señales** más significativas del sistema de control (figura 65.4) son:

- **Señal de referencia**: Señal que se calibra en función del valor deseado a la salida del sistema.
- **Señal controlada**: La **salida controlada** es la variable de salida del proceso, bajo el mando del sistema de control con retroalimentación.
- **Señal activa**: Se denomina así a la señal de error que es la diferencia entre la señal de referencia y la señal realimentada.
- **Perturbaciones**: Señales indeseadas que intervienen de forma adversa en el funcionamiento del sistema.
- **Señal de control** (o **variable manipulada**) es la señal de salida de los actuadores, aplicada como entrada en la planta.

Usualmente, en un sistema de control si se dan la entrada y la salida, es posible identificar, delinear o definir la naturaleza de los componentes del sistema.

- La **entrada** es el estímulo, la excitación o el mandato aplicado a un sistema de control, generalmente desde una fuente externa de energía, para producir una respuesta específica del sistema de control.
- La **salida** es la respuesta real que se obtiene de un sistema de control. Puede ser o no igual a la respuesta implícita especificada por la entrada.

Las señales de entrada y salida pueden tener muchas formas diferentes. Las entradas, por ejemplo, pueden ser **variables** físicas o cantidades más abstractas, tales como valores de referencia, de ajuste o deseados para la salida del sistema de control.

### 65.4.1. Aplicaciones de los sistemas de control. Casos prácticos

1. Un **interruptor eléctrico** es un elemento de un sistema de control, que controla el flujo de electricidad. Por definición, el aparato o la persona que mueve el interruptor no son parte de este sistema de control. El movimiento del interruptor a la posición de encendido o de apagado se puede considerar como la entrada. Es decir, la entrada puede estar en uno de los dos estados, el encendido o el apagado. La salida es el flujo o el no flujo (dos estados) de electricidad.

2. Un **radiador** controlado termostáticamente, forma parte de un sistema de control que regula de manera automática la temperatura de un cuarto o un recinto. La entrada a este sistema es una temperatura de referencia, usualmente especificada mediante un termostato ajustado apropiadamente. La salida es la temperatura real de la sala o del recinto. Cuando el termostato detecta que la salida es menor que la entrada, el radiador proporciona calor hasta que la temperatura del recinto se hace igual a la de la entrada de referencia. Entonces el radiador se apaga automáticamente. Cuando la temperatura desciende un poco por debajo de la temperatura de referencia, el radiador se enciende de nuevo.

4. El sistema de control que consiste en **una persona que conduce un automóvil** tiene componentes fabricados y componentes biológicos. El conductor quiere mantener el automóvil en la calzada correcta de la carretera. Lo logra mirando constantemente la dirección del automóvil con respecto a la dirección del camino. En este caso, la dirección o el curso del camino, representado por la línea o líneas de guía trazadas a los lados de la calzada se pueden considerar como la entrada. El curso del automóvil es la salida del sistema. El conductor controla esta salida constantemente, midiéndola con sus ojos y su cerebro, y corrigiéndola con sus manos sobre el volante. Los componentes principales de este sistema de control son las manos, los ojos y el cerebro del conductor y el vehículo.

5. El mecanismo del **piloto automático**, citado anteriormente, ilustra claramente el concepto de retroalimentación. La entrada es la dirección especificada, la cual se puede ajustar con un marcador u otro instrumento en el tablero de control del avión, y la salida es la dirección real, la cual se determina mediante los instrumentos de navegación automática. Un dispositivo de comparación supervisa continuamente la entrada y la salida. Cuando hay correspondencia entre las dos, no se requiere ninguna acción de control. Cuando existe una diferencia entre la entrada y la salida, el dispositivo de comparación envía una señal de acción de control al controlador, el mecanismo de piloto automático. El controlador suministra las señales apropiadas a los mecanismos de control del avión para reducir la diferencia entrada-salida. La retroalimentación se puede efectuar mediante conexiones eléctricas o mecánicas de los instrumentos de navegación, que determinan la dirección, al dispositivo de comparación. En la práctica, el dispositivo de comparación puede integrarse dentro del dispositivo del piloto automático.

## 65.5. Función de transferencia

La función de transferencia es **una expresión que relaciona la salida y la entrada de un sistema** en términos de parámetros del mismo, y es una propiedad del sistema en sí, independiente de la función de entrada. Se expresa como cociente entre la señal de salida y la señal de entrada de un sistema.

Incluye las unidades necesarias para relacionar la entrada con la salida; sin embargo, no proporciona información respecto a la estructura física del sistema (las funciones de transferencia de muchos sistemas físicos distintos pueden ser idénticas).

La relación entre la variable de salida y la de entrada de un sistema de control incluye con frecuencia términos dependientes del tiempo y toma la forma de ecuación diferencial, es decir, la función de transferencia contiene términos que representan velocidades de cambio.

El tratamiento de estas ecuaciones requiere unos conocimientos matemáticos que se salen de los objetivos de este tema; sin embargo, hay un método que simplifica y facilita el trabajo con funciones de transferencia de este tipo trabajando en el dominio de la transformada de Laplace.

La transformada de Laplace es una herramienta matemática que permite que una ecuación diferencial expresada en el dominio del tiempo  $t$ , se pueda expresar en el dominio de una nueva variable  $s$ , de forma que la función de transferencia quede en forma de un cociente de dos polinomios de dicha variable  $s$ .

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$$

La transformada de Laplace se define como:

$$L[y(t)] = \lim \int_0^{\infty} y(t) e^{-st} dt$$

donde el operador  $L[\ ]$  significa *transformada de Laplace de*.

La variable  $s$  es una variable que pertenece al conjunto de los números complejos,  $s = \delta + j\omega$ ; donde  $\delta$  y  $\omega$  son números reales y  $j = \sqrt{-1}$ .

Por **ejemplo**, muchos sistemas físicos se pueden representar por la ecuación diferencial lineal de primer orden siguiente:

$$a_1 \cdot dc(t)/dt + a_0 \cdot c(t) = b_0 \cdot r(t)$$

donde  $a_1$ ,  $a_0$  y  $b_0$  son constantes,  $r(t)$  representa la señal de entrada y  $c(t)$  la señal de salida.

Si se aplica la transformada de Laplace (figura 65.5), suponiendo condiciones iniciales nulas, a la ecuación anterior, queda de la siguiente forma:

$$a_1 \cdot s \cdot C(s) + a_0 \cdot C(s) = b_0 \cdot R(s)$$

Si se expresa la ecuación anterior en forma de función de transferencia, es decir, el cociente entre la salida y la entrada, se obtiene una expresión de la siguiente forma:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{b_0}{a_1s + a_0}$$

Como se puede ver, la función de transferencia es mucho más sencilla y permite estudiar el comportamiento de un sistema de control de una manera más simple.

De manera general, la función de transferencia de un sistema vendrá representada por una expresión de este tipo:

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0}{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_0}$$

El denominador  $D(s)$  es conocido también con el nombre de ecuación característica, pues incluye, a través de los valores de sus coeficientes, todas las características físicas de los elementos que componen el sistema.

Las raíces (valores para los cuales se hace cero la ecuación) determinan la estabilidad del sistema, así como la naturaleza de su respuesta para cualquier tipo de entrada.

Un sistema lineal se dice que es estable cuando su respuesta a una entrada tiene valor finito (no tiende a infinito), una vez desaparecida la señal de entrada. Esto

Figura 65.5. Transformadas de Laplace más comunes.

Función del tiempo	Transformada
$\delta(t)$ ; Delta de Dirac	1
$u(t)$ ; escalón unitario	$\frac{1}{s}$
$e^{-at}$	$\frac{1}{(s+a)}$
$\frac{dy(t)}{dt}$	$s \cdot Y(s) - y(0^+)$
$\frac{d^n y(t)}{dt^n}$	$s^n \cdot Y(s) - s^{n-1} \cdot y(0^+) - s^{n-2} \cdot y'(0^+) - \dots - y^{(n-1)}(0^+)$
$\int_0^t y(t) dt$	$\frac{Y(s)}{s}$
$\int_0^t \left( \int_0^t \left( \int_0^t y(t) dt \right) dt \right) dt \dots n \text{ veces}$	$\frac{Y(s)}{s^n}$
$a \cdot t$	$\frac{a}{s^2}$
$t \cdot e^{-at}$	$\frac{1}{(s+a)^2}$
sen $wt$	$\frac{w}{s^2 + w^2}$
cos $wt$	$\frac{s}{s^2 + w^2}$

se puede comprobar estudiando los polos, es decir, valores para los que la función de transferencia se hace infinita; estos han de estar situados en el lado izquierdo del semiplano complejo de Laplace.

### 65.6. Diagrama funcional

En el estudio de los sistemas de control, es útil describir gráficamente la interacción entre los diferentes componentes, para poder evidenciar los flujos de las informaciones transmitidas y las acciones de cada variable de proceso sobre las demás. Dicha técnica de representación se llama diagrama funcional o esquema de bloques.

Para caracterizar un bloque no es necesario describir su composición constructiva sino que basta definir su salida en función de su entrada.

La manera más adecuada de hacerlo es mediante la función de transferencia.

Un **diagrama de bloques** es una representación gráfica y abreviada de la relación de causa y efecto entre la entrada y la salida de un sistema físico. Proporciona un método útil y conveniente para caracterizar las relaciones funcionales entre los diversos componentes de un sistema de control. Los **componentes** del sistema se llaman de manera alterna **elementos** del sistema. La forma más simple de un diagrama de bloques es un solo **bloque**, con una entrada y una salida, como se muestra en la figura 65.7.

En esta figura se muestra un bloque funcional con segmentos orientados de entrada y de salida que representan el flujo de las informaciones.

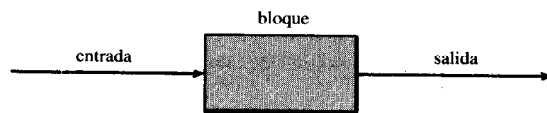


Figura 65.7.

El interior del rectángulo que representa el bloque, usualmente contiene la descripción o el nombre del elemento, o el símbolo de la operación matemática que se va a efectuar sobre la entrada para producir la salida (figura 65.8). Las **flechas** representan la dirección de la información o flujo de la señal.

#### 65.6.1. Elementos de un diagrama de bloques

Los elementos funcionales más importantes de un diagrama de bloques son los bloques de transferencia y los segmentos, ya vistos, los nudos, los puntos de conexión o derivación y las señales de entrada, salida y de realimentación.

La figura 65.8 muestran ejemplos de un **bloque de transferencia**

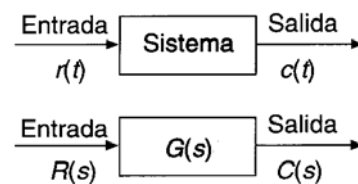


Figura 65.8.

Un **nudo** se utiliza cuando 2 o más segmentos se encuentran para originar un nuevo segmento de salida. Pueden presentarse **nudos sumadores y restadores**

Las operaciones de adición y sustracción tienen una representación especial. El bloque se convierte en un pequeño círculo, llamado **punto de suma**, con el signo apropiado (más o menos), asociado con las flechas que entran al círculo. La salida es la suma algebraica de las entradas. Cualquier número de entradas puede llegar a un punto de suma (figura 65.9).

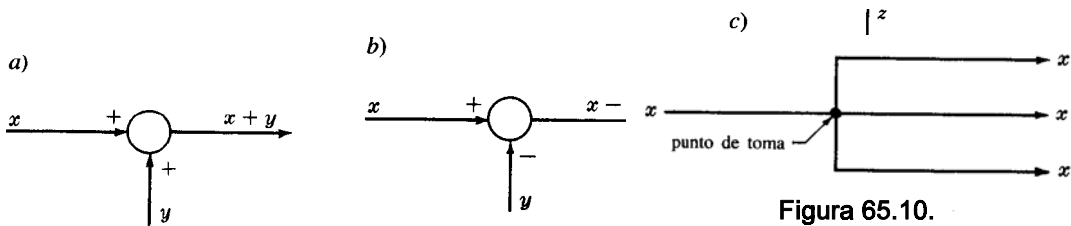


Figura 65.9.

Figura 65.10.

Para hacer que la misma señal o variable sea una entrada a más de un bloque o punto de suma, se utiliza un **punto de toma, punto de conexión o bifurcación** (figura 65.10). Este permite que la señal prosiga inalterada por diferentes trayectorias a varios destinos.

### 65.6.2. Simplificación de un diagrama de bloques

Los bloques que representan los diferentes componentes de un sistema de control están conectados de un modo que caracteriza sus relaciones funcionales dentro del sistema. Veamos algunas agrupaciones básicas de bloques.

- **Conexión en serie:** La señal de salida de un bloque constituye la entrada del siguiente.

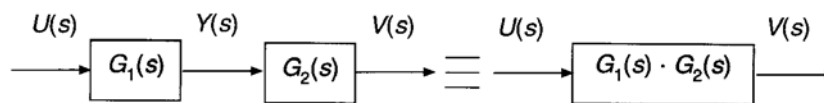


Figura 65.11. Bloques en serie

Función de transferencia total: 
$$\frac{V(s)}{U(s)} = G_1(s) \cdot G_2(s)$$

- **Conexión en paralelo:**

Para la conexión en paralelo se debe disponer un nudo sumador a la salida.

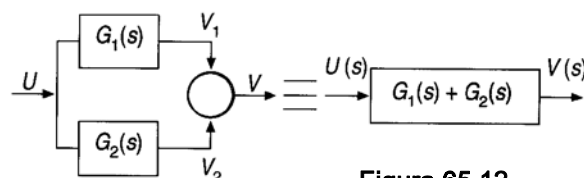


Figura 65.12.

Función de transferencia total:  $\frac{V(s)}{U(s)} = G_1(s) + G_2(s)$

**- Conexión en anillo con realimentación directa:**

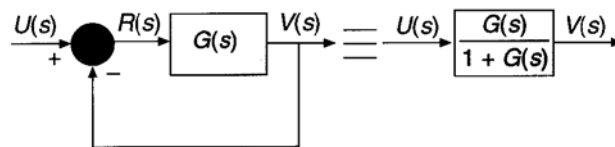


Figura 65.13.

Función de transferencia total:  $\frac{V(s)}{U(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)}$

**- Conexión en anillo con realimentación a través de un segundo elemento:**

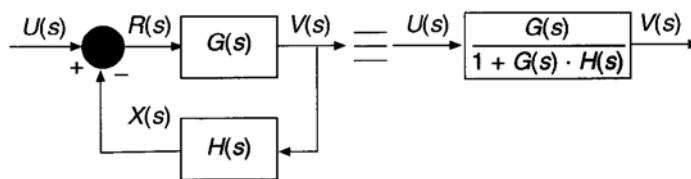


Figura 65.14.

Función de transferencia total:  $\frac{V(s)}{U(s)} = \frac{G(s)}{1 + H(s) \cdot G(s)}$